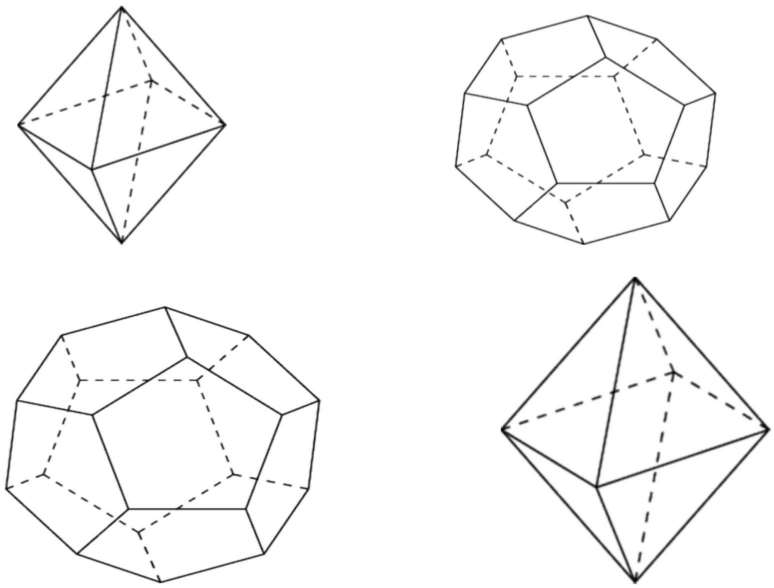
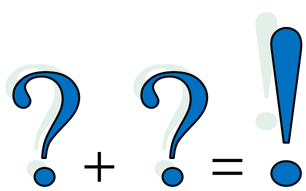
Zeszyt 1





Zbiór zadań z matematyki

zakres podstawowy

Innowacja pedagogiczna

Opracowanie Beata Wawszczak

Kalisz, czerwiec 2017r.

Spis treści

Wstęp

Publikacja ta stanowi zbiór zadań z matematyki z zakresu podstawowego, który powstał podczas realizacji innowacji pedagogicznej „**Życiowe zadania”.** Najważniejszym założeniem innowacji było rozwijanie u słuchaczy wyobraźni przestrzennej, myślenia abstrakcyjnego oraz kształtowanie zasad poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania postawionych tez w tym krytycznego podejścia do uzyskanych wyników. Poprzez konkretne działania słuchacze mieli możliwość zdobycia umiejętności wykorzystania wiadomości praktycznych do obliczania zadań i rozwiązywania problemów matematycznych. Umiejętności te posłużyły do przygotowania propozycji nowych zadań wraz z rozwiązaniami. Działanie to zaowocowało stworzeniem przez nich zbioru zadań.

Zbiór zadań zbudowany jest z 5 rozdziałów, w tym cztery stanowią działy matematyczne realizowane na zajęciach i ujęte w podstawie programowej, rozdział 5 to odpowiedzi do prezentowanych zadań. Każdy rozdział rozpoczyna się od krótkiego wstępu teoretycznego niezbędnego do rozwiązywania zadań. W zbiorze zadań wykorzystano zadania realizowane na zajęciach oraz zadania przygotowane przez słuchaczy czwartego i szóstego semestru VI Liceum Ogólnokształcącego dla Dorosłych.

Rozdział 1. Funkcja kwadratowa

Funkcją kwadratową nazywamy funkcję określoną wzorem f(x) = ax^2+ bx + c przy założeniu że a ≠ 0, gdzie a, b, c to współczynniki liczbowe funkcji kwadratowej.

Dziedziną funkcji kwadratowej jest cały zbiór liczb rzeczywistych. Zbiorem wartości funkcji dla a > 0 jest przedział $y \in [\frac{-\Delta}{4a}, + \infty)$, dla a < 0 przedział $y \in (- \infty, \frac{-\Delta}{4a}]$, gdzie Δ oznacza wyróżnik funkcji kwadratowej i liczy się go korzystając ze wzoru $\Delta = b^2 - 4ac$.

Funkcję kwadratową można zapisać w postaci ogólnej, kanonicznej lub iloczynowej.
- postać ogólna: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- postać kanoniczna: $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-\Delta}{4a}$
- postać iloczynowa: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie x_1, x_2 są miejscami zerowymi funkcji.
Wykresem funkcji kwadratowej jest parabola, o wierzchołku W = (p, q)

Miejsca zerowe funkcji kwadratowej Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej zależy od wartości wyróżnika $\Delta = b^2 - 4ac$.

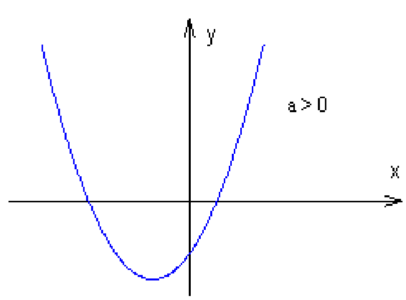
Funkcja kwadratowa:

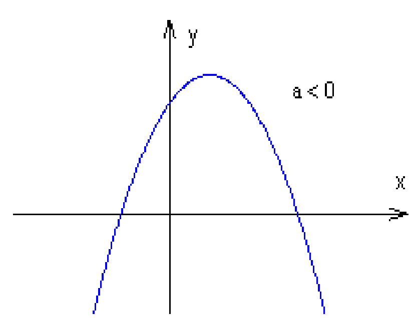
— posiada dwa miejsca zerowe dla Δ > 0 $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

— posiada jedno podwójne miejsce zerowe dla Δ = O $x_1 = \frac{-b}{2a}$

— nie posiada miejsc zerowych dla Δ < 0

Gdy a > 0, to ramiona paraboli są skierowane w górę, natomiast a < 0 ramiona skierowane w dół.





Monotoniczność funkcji kwadratowej to określenie w jakich przedziałach funkcja jest rosnąca lub malejąca.
Funkcja kwadratowa:

jeśli a > 0 jest: rosnąca dla $x \in (p, +\infty)$, malejąca dla $x \in (-\infty, p)$
jeśli a < 0 jest: rosnąca dla $x \in (-\infty, p)$, malejąca dla $x \in (p, +\infty)$

Przykład 1. Jan przygotowuje się do wyścigu kolarskiego. Pokonał 120 km. Gdyby jechał ze średnią prędkością większą o 5 km/h to pokonałby tę trasę o 2 godziny szybciej. Oblicz, z jaką średnią prędkością jechał.

Rozwiązanie
Wprowadzamy oznaczenie:
v - prędkość początkowa
t - czas początkowy
v + 5 – zwiększona prędkość
t -2 - zmniejszony czas

$$\begin{cases} v \cdot t = 120 \\ (v+5)(t-2) = 120 \end{cases}$$

$$-v^2 - 5v + 300 = 0$$

$$\Delta = 1225$$

$v_1 = 15$, $v_2 = -20$ *nie spełnia warunków zadania*

Odp.: średnia prędkość 15 km/h,

Zadanie 1.1.
Piłeczkę tenisową rzucono w górę. Wysokości h [m] piłeczki zmienia się w zależności od czasu t [s] zgodnie ze wzorem $h(t) = 5{,}8 + 10t - 5t^2$. Oblicz, przez ile sekund piłka będzie się znajdowała na wysokości nie mniejszej niż 10 metrów.

Zadanie 1.2.
Dwaj koledzy Antek i Bartek mieszkają w miastach oddalonych od siebie 448 km. Samochód Antka przebył tę trasę w czasie o 40 minut krótszym niż samochód Bartka. Średnia prędkość samochodu Antka na tej trasie była o 12 km/h większa od średniej prędkości samochodu Bartka Oblicz z jaką średnią prędkością jechali koledzy ?

(Szymon Rosik słuchacz IV semestru)

Zadanie 1.3.
Ogrodnik ma warzywniak w kształcie prostokąta o wymiarach 12m na 18 m. Postanowił zwiększyć jego powierzchnię do 360 m^2 planując długość boków w stosunku 1:2.

(Daria Kaźmierczak słuchaczka IV semestru)

Zadanie 1.4.
Wokół trawnika o wymiarach 4m na 8m wyłożono pas chodnika. Jaka jest szerokość tego chodnika jeżeli do jego wykonania zakupiono 45m^2 kostki chodnikowej.

(Katarzyna Niewieś słuchaczka IV semestru)

Zadanie 1.5.

Prostokątny trawnik ma powierzchnię 216 m^2. Jakie są wymiary tego trawnika jeżeli jeden bok od drugiego różni się o:

a. 6 m
b. 15m ?

(Daria Basior słuchaczka IV semestru)

Zadanie 1.6.

W roku 2005 na uroczystości urodzinowej zapytano jubilata, ile ma lat? Jubilat odpowiedział – „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia". Ile lat ma jubilat, i w którym roku się urodził?

(Żaneta Gwizdek słuchaczka IV semestru)

Zadanie 1.7.

Miasto A i B łączy linia kolejowa długości 210 km. Średnia prędkość pociągu pośpiesznego na tej trasie jest o 24 km/h większa od średniej prędkości pociągu osobowego. Pociąg pośpieszny pokonuje tę trasę o i godzinę krócej niż pociąg osobowy. Oblicz czas pokonania tej drogi przez pociąg pośpieszny.

(Żaneta Gwizdek słuchaczka IV semestru)

Zadanie 1.8.

Na pewnym osiedlu mieszkaniowym plac zieleni ma kształt prostokąta o wymiarach 12m na 18m. Rada osiedlowa zaproponowała zwiększenie szerokość zieleńca o x m, a długość o 2x m. Wyznacz x, jeśli powierzchnia zieleńca wzrosła o 144 m^2.

Zadanie 1.9.

Basen opróżniono w ciągu 4 godzin, wypuszczając z niego wodę w tempie 4,5 litra na sekundę. Jak długo trwałoby opróżnianie baseny, gdyby dodatkowo otworzono odpływ o przepustowości 1,5 litra na sekundę?

Zadanie 1.10.

Rowerzysta codziennie pokonuje trasę o długości 60 km/h ze stałą prędkością. Z jaką średnią prędkością porusza się rowerzysta jeżeli gdyby jechał o 1 km/h szybciej to trasę pokonałby o 6 minut krócej.

(Karolina Mazurek słuchaczka IV semestru)

Rozdział 2. Stereometria

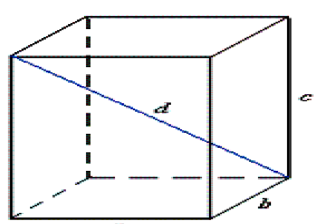
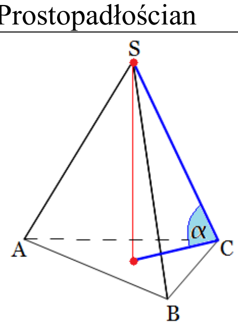
Obliczanie pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych.
Wielościany to graniastosłupy i ostrosłupy.
Graniastosłup to wielościan, którego wszystkie wierzchołki są położone na dwóch równoległych płaszczyznach, zwanych podstawami graniastosłupa i którego wszystkie krawędzie leżące poza tymi podstawami są do siebie równoległe.
Rozróżniamy:

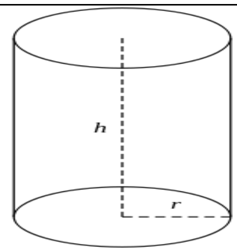
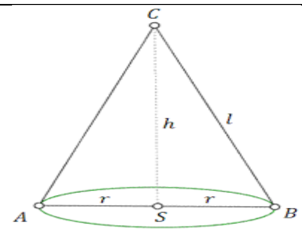
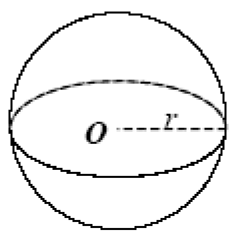
- graniastosłup prosty to graniastosłup o prostokątnych ścianach bocznych – ściany boczne są wówczas prostopadłe do podstawy,
- graniastosłup prawidłowy to graniastosłup prosty o podstawach będących wielokątami foremnymi,
- graniastosłup pochyły to graniastosłup, w którym krawędzie boczne nie są prostopadłe do podstawy,

Ostrosłup to wielościan, którego podstawą jest dowolny wielokąt a jego ściany boczne są trójkątami. Rozróżniamy:

- ostrosłup prosty (ściany to trójkąty równoboczne)
- ostrosłup pochyły (ściany to trójkąty nierównoboczne)
- ostrosłup nieprawidłowy (podstawa to figura nieforemna)
- ostrosłup prawidłowy , których w podstawie ma figury foremne, np. czworościan

Bryły obrotowe to walec, stożek , koło.
Walec to figura przestrzenna powstała przez obrót prostokąta dookoła jednego z boków.
Stożek to figura przestrzenna powstała przez obrót trójkąta prostokątnego dookoła jednej z przyprostokątnej.

Figura	Wzory
 Prostopadłościan	Objętość $V = abc$ Pole powierzchni całkowitej Pc = 2ab + 2ac + 2bc
 Stożek o podstawie trójkąta	Objętość $V = \frac{1}{2} a \cdot h \cdot H$ Pole powierzchni całkowitej jest równe sumie pola podstawy i pola powierzchni bocznej. $Pc = Pp + P_b$

<table>
<tr><td>
Walec</td><td>Objętość
$$V = \pi r^2 \cdot h$$
Pole powierzchni całkowitej jest równe sumie pola podstaw i pola powierzchni bocznej.
Pc =2 Pp + P_b</td></tr>
<tr><td>
Stożek</td><td>Objętość
$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$$
Pole powierzchni całkowitej jest równe sumie pola podstawy i pola powierzchni bocznej.
Pc = Pp + P_b</td></tr>
<tr><td>
Kula</td><td>Objętość
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$
Pole powierzchni
$$P = 4\pi r^2$$</td></tr>
</table>

<u>Przykład 2.</u> Do zbiornika o podstawie kwadratu i wysokości 120 cm wlano 1440 cm^3 wody, która wypełniła $\frac{1}{3}$ pojemności zbiornika. Oblicz długość krawędzi podstawy tego zbiornika.

Rozwiązanie

Oznaczenie : x – krawędź podstawy zbiornika

V – pojemność zbiornika

$$\frac{1}{3} \cdot V = x^2 \cdot 120$$

$$\frac{1}{3} \cdot 1440 = x^2 \cdot 120$$

$$x^2 = 4 \;\; to \; x = 2 \qquad lub \qquad x = -2 \; (niespełnia \; warunków \; zadania)$$

Odp.: Długość krawędzi zbiornika x = 2

Zadanie 2.1.
Mateusz przygotowuje akwarium. Jego akwarium ma kształt prostopadłościanu o podstawie 30 cm na 120 cm i wysokość wynosi 75 cm . Aby napełnić wodą akwarium do pojemności 95% musi dostarczyć kilka wiader, którego pojemność wynosi 15 litrów. Ile potrzebuje wiader wody?

Zadanie 2.2.
Rodzina Kowalskich chce napełnić wodą ogrodowy basen o wymiarach 3 m × 2 m × 6 m. Ile rodzina zapłaci za napełnienie basenu, jeżeli 1m^3 wody kosztuje 10,07 zł.

Zadanie 2.3.
Aluminiową kulkę o promieniu 16 cm przetopiono na stożek o promieniu 4cm i wysokości 4cm . Ile takich stożków otrzymano?

Zadanie 2.4.
Ozdobne naczynie na wodę ma kształt ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego pole podstawy wynosi 196 cm^2, a wysokość ściany bocznej jest równa 25 cm . Oblicz pojemność tego naczynia wiedząc, że wierzchołek jest ścięty w $\frac{1}{15}$ objętości. Wynik podaj z dokładnością do 0,1.

Zadanie 2.5.
W stalowym walcu o wymiarach H = 4 dm, R = 6 cm, wydrążono cylindryczny otwór, którego objętość stanowi 20% objętości całego walca. Oblicz długość promienia r tego otworu.

Zadanie 2.6.
Z arkusz papieru w kształcie koła o promieniu R = 30 cm zrobiono trzy jednakowe pojemniki na cukierki w kształcie stożków (pomijamy papier przeznaczony na sklejanie). Ile będzie kosztowało napełnienie ich cukierkami po brzegi, jeśli porcja cukierków o objętości 1 dm^3 kosztuje 3 zł? Do obliczeń przyjmij $\pi = 3{,}14$ i wynik zaokrąglij do pełnych złotych.

(Barbara Ścibor słuchaczka VI semestru)

Zadanie 2.7.
Klepsydra ma kształt dwóch złączonych wierzchołkami stożków, gdzie jeden ma wymiary średnicę 8 cm, wysokość 5,5 cm . Piasek w klepsydrze przesypuje się z szybkością 2 cm^3 na minutę. Jaki czas odmierza klepsydra, do obliczeń przyjmij $\pi = 3{,}14$.

Zadanie 2.8.
Jaś ma papierowy prostokątny trapez o podstawach dłuższej 6 cm i krótszej 4 cm oraz wysokości 2 cm, jeżeli obróci ten trapez względem dłuższej podstawy to powstanie figura obrotowa. Opisz powstałą bryłę i podaj jej wymiary na rysunku. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej powstałej bryły.

(Paweł Szmaj słuchacz VI semestru)

Zadanie 2.9.

Papierowy wycinek koła o kącie środkowym 240^o zwinięto i sklejono bez zakładki tak, że otrzymano model powierzchni bocznej stożka. Oblicz miarę kąta między wysokością a tworzącą tego stożka.

(Anna Biernat słuchaczka VI semestru)

Zadanie 2.10.

Wnętrze filiżanki ma kształt półkuli o promieniu 4 cm . Ile razy należy jej użyć, aby napełnić wodą rondel, którego wnętrze ma kształt walca o średnicy 16 cm i wysokości 6 cm?

(Paulina Balcerzak słuchaczka VI semestru)

Rozdział 3. Prawdopodobieństwo

Prawdopodobieństwo zajmuje się oszacowaniem liczebności występowania zjawisk, które rzadko można jednoznacznie zliczyć. Zjawiska, które będą obliczane będziemy nazywać **doświadczeniami losowymi**. Pojedynczy wynik doświadczenia losowego nazywamy **zdarzeniem elementarnym**, które oznaczamy dużymi literami np. A, B. **Zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych** pewnego doświadczenia losowego oznaczamy dużą grecką literą Ω.

Klasyczna definicja prawdopodobieństwa : prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe stosunkowi liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zajściu zdarzenia A do liczby wszystkich zdarzeń elementarnych.

$$P(A)=\frac{\bar{\bar{A}}}{\bar{\bar{\Omega}}}$$

P(A) - prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia A
A - ilość zdarzeń sprzyjających
Ω - ilość wszystkich zdarzeń elementarnych

Przykład 1. W księgarni sprzedawca otrzymał dostawę 16 książek o tematyce przyrodniczej. Na ile sposobów sprzedawca ustawi je na półce?
Rozwiązanie: Sprzedawca ustawi na 16$\cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ *sposobów.*

Zadanie 3.1.
Staś, z nieprzeźroczystego pudełka, zawierającego trzy różne kostki (czerwoną, białą, zieloną), losuje kolejno trzy razy po jednej kostce. Za każdym razem zapisuje kolor wylosowanej kostki i ponownie wrzuca ją do urny. Oblicz liczbę wszystkich możliwych wyników tego losowania.

Zadanie 3.2.
Rzucamy jeden raz sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia:
a. czterech oczek
b. co najmniej czterech oczek
c. parzystej liczby oczek.

(Paweł Szmaj słuchacz VI semestru)

Zadanie 3.3.
W kartonie z zabawkami są samochodziki i 15 żołnierzyków. Wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania żołnierzyka jest równe $\frac{5}{6}$. Ile jest samochodzików w tym kartonie ?

Zadanie 3.4.

Rzucamy trzema jedno złotowymi monetami. Wypisz wszystkie możliwe zdarzenia tego doświadczenia oraz podaj jakie jest prawdopodobieństwo, że na dwóch spośród tych monet wypadł orzeł?

(podręcznik „Prosto do matury” M. Antek, K. Belka, P. Grabowski cz.3 str. 111 zmiana treści)

Zadanie 3.5.

Rzucamy 2 razy sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma oczek na kostkach jest mniejsza od 6.

(podręcznik „Prosto do matury” M. Antek, K. Belka, P. Grabowski cz.3 str. 111 zmiana liczby oczek)

Zadanie 3.6.

Z talii 52 kart losujemy kolejno dwie karty bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwszą wylosowaną karta będzie dwójka, a drugą as pik.

(podręcznik „Prosto do matury” M. Antek, K. Belka, P. Grabowski cz.3 str. 116 zmiana kart)

Zadanie 3.7.

Do szkolnej reprezentacji zaliczono 16 uczniów, wśród których tylko czworo ma pełny ubiór sportowy. Wychowawca chce wybrać w sposób losowy 3 osoby, które mają reprezentować klasę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wybranych trzech osób będą dokładnie dwie, które mają pełny ubiór sportowy.

(Anna Biernat słuchaczka VI semestru)

Zadanie 3.8.

Jaś otrzymał od ojca skrzynkę na siedmiocyfrowy szyfr. Zapamiętał, że pierwsze trzy cyfry to 8, 6, 5 a każda następna jest inna. Ile musi Jaś wykonać kombinacji aby otworzyć skrzynkę.

Zadanie 3.9.

Pani Ewa postanowiła zamówić obiad w restauracji. Do wyboru z karty dań miała 3 rodzaje zup i 4 rodzaje drugich dań. Do obiadu serwowano również kompot w sześciu smakach. Na ile sposobów pani Ewa może zamówić obiad złożony z zupy, drugiego dania i kompotu?

(Anna Biernat VI semestr)

Zadanie 3.10.

Z okazji święta samorządności uczniowie zorganizowali loterię fantową. Na loterię przygotowano 30 losów ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 30. Ustalono, że losy puste będą miały numery zapisane liczbami pierwszymi. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwsza losująca osoba trafi na los pusty?

(Paulina Biernat słuchaczka VI semestru)

Rozdział 4. Statystyka

Statystyka to nauka zajmująca się zbieraniem i opracowywaniem różnych danych. Dane mogą być przedstawione za pomocą **diagramów**, **tabel** lub też **w sposób opisowy**. Uzyskane wyniki należy poddać analizie w celu wnioskowania.

Wyniki badań statystycznych porządkujemy, wskazujemy medianę, dominantę, obliczamy średnią arytmetyczną, (lub ważoną), wariancje i odchylenie standardowe uzyskanych wyników. Na podstawie obliczeń prowadzi się wnioskowanie.

Przykład 1. Grupę 45 osób zapytano „Ile razy w ciągu minionego roku byłeś w teatrze?" Wyniki badań podano w tabeli:

Liczba odwiedzin w teatrze	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Liczba osób	12	3	5	3	7	5	3	4	3

a. Oblicz średnią arytmetyczną.
b. Ustal dominantę i medianę uzyskanych wyników.
c. Porównaj średnią z dominantą i medianą, zapisz spostrzeżenia.
d. Oblicz wariancję i odchylenie standardowe.
e. Przedstaw wyniki badania na wykresie.

Rozwiązanie:

a. $\bar{a} = \frac{0\cdot12+1\cdot3+2\cdot5+3\cdot3+4\cdot7+5\cdot5+6\cdot3+7\cdot4+8\cdot3}{45} = 3{,}2$ *średnio*

b. *Dominującym wynikiem jest zero odwiedzin. Medianą - wyrazem środkowym jest wyraz 23 czyli jest to wartość 3*

c. *Wariancja to* $\delta^2 = 6{,}007$ *i liczy ze wzoru*

$$\frac{12(0-3{,}2)^2+3(1-3{,}2)^2+5(2-3{,}2)^2+3(3-3{,}2)^2+7(4-3{,}2)^2+5(5-3{,}2)^2+3(6-3{,}2)^2+4(7-3{,}2)^2+3(8-3{,}2)^2}{45} = 6{,}007$$

Odchylenie standardowe obliczamy ze wzoru

$$\delta = \sqrt{\frac{12(0-3{,}2)^2+3(1-3{,}2)^2+5(2-3{,}2)^2+3(3-3{,}2)^2+7(4-3{,}2)^2+5(5-3{,}2)^2+3(6-3{,}2)^2+4(7-3{,}2)^2+3(8-3{,}2)^2}{45}}$$

Odchylenie standardowe = 2,45

Zadanie 4.1.

W pewnej stacji badawczej dokonano pomiaru temperatury powietrza. Badania prowadzone były przez 20 dni o określonej godzinie dnia. Otrzymano następujące wyniki w stopniach Celsjusza: 6, 6, 8, 6, 7,10, 10,12,10, 11, 11, 9, 9, 11, 8, 7, 7, 9, 10.

a. Sporządź tabelę liczebności otrzymanych wyników,
b. Oblicz średnią temperaturę,
c. Ustal dominantę i medianę uzyskanych wyników,

d. Porównaj średnią temperaturę z dominantą i medianą, zapisz spostrzeżenia,
e. Oblicz odchylenie standardowe,
f. Przedstaw wyniki na wykresie.

Zadanie 4.2.

Pewien sklep ogrodniczy w ciągu jednego tygodnia dokonał analizy sprzedaży sadzonek kwiatów rabatowych. Wyniki przedstawiono w postaci tabeli:

Dzień tygodnia	Poniedziałek	Wtorek	Środa	Czwartek	Piątek	Sobota	Niedziela
Liczba sprzedanych sadzonek	30	35	45	55	115	44	30

a. Oblicz średnią liczbę sprzedanych sadzonek
b. Podaj medianę i dominantę.
c. Kiedy sprzedano najwięcej sadzonek i jaki to stanowi procent tygodniowej sprzedaży.
d. Wyniki przedstaw w postaci diagramu słupkowego.

Zadanie 4.3.

To samo małe opakowanie serka owocowego, tego samego producenta, w dziesięciu różnych sklepach ma ceny: 2,20 zł , 2,10 zł, 2,15 zł, 2,10 zł, 2,19 zł, 2,09 zł, 2,25 zł, 2,10 zł, 2,12 zł, 2,10 zł.

a. Oblicz średnią cenę serka owocowego,
b. Podaj medianę ceny i dominantę
c. W ilu badanych sklepach cena serka jest wyższa od ceny mediany,
d. Podaj różnicę między ceną najwyższą i ceną średnia
e. Określ liczebność podanych wyników

Zadanie 4.4

Do badań niezawodności zamknięcia kłódki zakwalifikowano 100 sztuk. Każda kłódka poddana została próbie. Za próbę z pozytywnym wynikiem przyjęto, że kłódkę można zamknąć i otworzyć. Zestawienie wyników prób statystycznych wszystkich kłódek do pierwszej próby z negatywnym wynikiem poddano w tabeli:

liczba pozytywnych kolejnych prób	3000	3500	4000	4500	5000
Liczba kłódek (z pozytywną próbą)	2	6	30	58	4

a. Oblicz średnią liczbę pozytywnie zakończonych prób
b. Wskaż dominantę i medianę.
c. Podaj procentową liczbę pozytywnych prób a wyniki przedstaw na wykresie

Zadanie 4.5

W pewnej szkole ponadgimnazjalnej we wszystkich klasach pierwszych przeprowadzono diagnozę wstępną z matematyki. Wyniki tej diagnozy przedstawia tabela;

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba	12	24	33	29	18	6

uczniów						

a. narysuj diagram słupkowy przedstawiający zestawienie wyników diagnozy,
b. oblicz średnią arytmetyczną wyników,
c. wskaż dominantę i medianę,
d. podaj, jaki procent uczniów uzyskało ocenę wyższą od średniej arytmetycznej.

(Paweł Szmaj słuchacz VI semestru)

Zadanie 4.6.

Do rondla wlano trzy roztwory cukru: 120g roztworu o stężeniu 15%, 200g o stężeniu 20% i 1`80g roztworu o stężeniu 25%. Jakie stężenie ma otrzymany roztwór.

Zadanie 4.5.

Wychowawca klasy poprosił uczniów aby każdy z nich obliczył swoją średnią ocen, a następnie określił, czy jego średnia jest powyżej czy poniżej średniej klasy. Średnie ocen przedstawiały się następująco: 3,2; 3,1; 2,8; 2,0; 3,2; 4,2; 4,0; 5,2; 4,8; 3,4; 4,1; 5,0; 4,9; 6,0; 5,1; 2,5; 2,5; 3,5; 2,7; 2,6; 2,8.

(Barbara Ścibor słuchaczka VI semestru)

Zadanie 4.6.

Średnia waga plecaka ucznia klasy pierwszej wyniosła 6,7kg. Badania przeprowadzono wśród 10 uczniów. Poszczególne plecaki ważyły: cztery plecaki po 4,7 kg, 3 plecaki 5,8kg, 2 plecaki po 7,2 kg. Jaka jest mediana tego zestawu danych.

Zadanie 4.7.

Średni wzrost pięciu uczniów reprezentujących szkołę na zawodach sportowych jest równy 170 cm . A trzech z nich ma średnio 165 cm wzrostu. Oblicz wzrost czwartego i piątego ucznia, jeżeli czwarty jest niższy od piątego o 3 cm .

(Barbara Ścibor słuchaczka VI semestru)

Zadanie 4.8.

Piotr z matematyki ma następujące oceny 3,4,5 a Ania 5,1,4,2. Które z tych ocen mają większe odchylenie standardowe? **(Piotr Sobczak słuchacz VI semestru)**

Zadanie 4.9.

Na podstawie danych przedstawiających wynagrodzenie w dwóch firmach przedstawione w tabeli porównaj średnie wynagrodzenie i medianę.

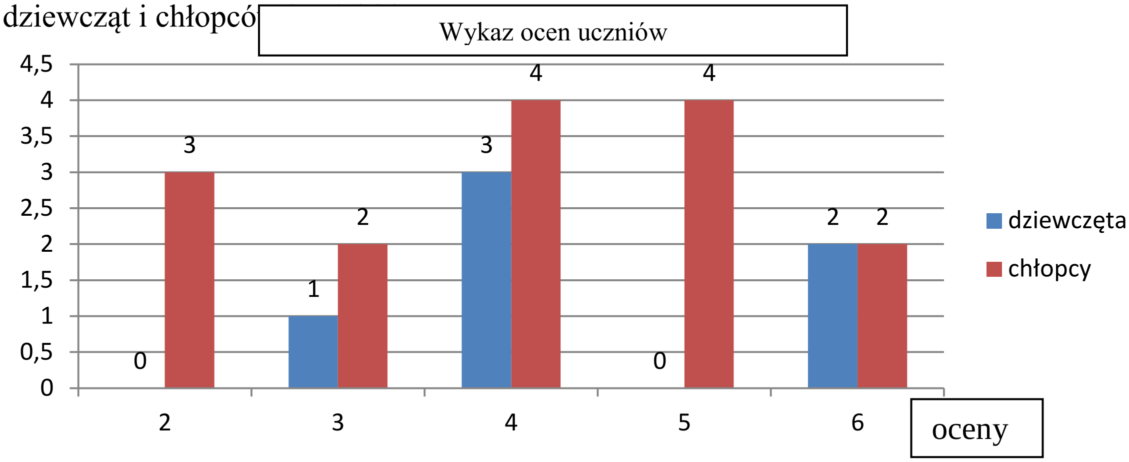
Firma I Pracownicy	Wynagrodzenie zasadnicze
A	1000 zł
B	1000 zł
C	1000 zł
D	1000 zł
E	1000 zł
F	13000 zł
Średnia	3000 zł

Firma II Pracownicy	Wynagrodzenie zasadnicze
G	1000 zł
H	2000 zł
I	3000 zł
J	4000 zł
K	5000 zł
L	6000 zł
Średnia	3000 zł

(Barbara Ścibor słuchaczka VI semestru)

Zadanie 4.10.

Na podstawie wykresu wyznacz mediany ocen dziewcząt i chłopców oraz średnie ocen dziewcząt i chłopców.



(Paweł Szmaj słuchacz VI semestru)

Rozdział 5. Odpowiedzi

<u>*Zadanie 1.1.*</u>
Jeżeli zakładamy, że $h(t) \geq 10$ *stąd*
$-5t^2 + 10t - 4{,}2 \geq 0$ $\Delta = 16$ $t_1 = 1{,}4$, $t_2 = 0{,}6$
$t \in \langle 0{,}6\,;1{,}4 \rangle$
Odpowiedź: 1,4 – 0,6 = 0,8 [s]

<u>*Zadanie 1.2.*</u>
Oznaczamy
v – średnia prędkość pierwszego samochodu Antka
t – czas przejazdu pierwszego samochodu Antka
v – 12 – prędkość drugiego samochodu Bartka
$t+\frac{2}{3}$ *- czas drugiego samochodu Bartka* ($\frac{40}{60}$)
otrzymuje układ równań:

$$\begin{cases} v \cdot t = 448 \\ (v-12)\left(t+\frac{2}{3}\right) = 448 \end{cases}$$

$v_1 = 96$, $v_2 = < 0$ *nie spełnia warunków zadania*
odpowiedź średnia prędkość samochodu Antka 96 km/h, średnia prędkość samochodu Bartka 96 – 12 = 84km/h

<u>*Zadanie 1.3..*</u>
Wskazówka: (12+x)(18 + 2x) = 360
Odpowiedź x = 3 to wymiary warzywniak wyniosły 15m na 24m.

<u>*Zadanie 1.4*</u>
Wprowadzamy oznaczenie:
x - szerokość chodnika
Pc - pole powierzchni chodnika

Pc = (8+2x)(4 +2x)= 32+45
Równanie kwadratowe:
$4x^2 + 24x - 45 = 0$
$\Delta = 36$
$x_1 = 1{,}5$ $x_2 = -7{,}5$ *nie spełnia warunków zadania*
odpowiedź: chodnik ma szerokość 1,5m

<u>*Zadanie 1.5.*</u>
a. *wskazówka : P = x(x +6) = 216 wymiary prostokąta 12m x 18 m*
b. *wymiary prostokąta 24 m x 30 m*

Zadanie 1.6.
Wskazówka: $(x - 10)(x + 11) = 2005 - x$

Jubilat urodził się w 1960 r. i ma 45 lat

Zadanie 1.7.
a.
1) $S(90) = 0{,}01 \cdot 90^2 + 0{,}3 \cdot 90 = 108m$
2) $S(70) = 0{,}01 \cdot 70^2 + 0{,}3 \cdot 70 = 70m$
3) $S(50) = 0{,}01 \cdot 50^2 + 0{,}3 \cdot 50 = 40m$

b. $S = 54\ m$, $0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}3 \cdot x = 54/100$

$$x^2 + 30x - 5400 = 0$$

$$\Delta = 30^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5400) = 22500$$

$x_1 = -90$ *nie spełnia warunków zadania*
$x_2 = 60 \frac{km}{h}$

Zadanie 1.8.
$a = -\frac{1}{10}$, $h = 4m$, $x = (5 + 2\sqrt{10})m$

Zadanie 1.9.
Odp. 3 godziny.

Zadanie 1.10.
Odp. wartość najmniejsza to -1, największa 99.

Zadanie 2.1.
$(12+x)(18 + 2x) = 12 \cdot 18 + 144$
$2x^2 + 42x - 144 = 0/2$
$x^2 + 21x - 72 = 0/2$ $\Delta = 729$
$x_1 = 3$, $x_2 = -24$ *ta wartość nie spełnia warunków zadania*

Zadanie 2.2.
$\frac{1}{3} \cdot V = x^2 \cdot 120$
$x = 2$

Zadanie 2.3.
V= 270 000 cm 3
95% V = 256 500 cm3 = 256,5l
17, 1 wiader wody

Zadanie 2.4.
V = 36m 3
Koszt napełnienia basenu 362,52 zł.

Zadanie 2.5.

Odp. r = 1,2$\sqrt{5}$ cm

Zadanie 2.6
Odp. 3V = 3$\frac{1}{3}\pi r^2 H$= 8,881 dm^3 to cena 27 zł.

Zadanie 2.7.
Odp. 46 minut.

Zadanie 2.8.
Odp. $V = \frac{224}{3}\pi,\ P = 8\pi(6+\sqrt{5})$

Zadanie 2.9.
Odp. $\alpha = 44^o$

Zadanie 2.10.
Odp. filiżankę należy użyć 9 razy.

Zadanie 3.1
Liczba wszystkich wyników 27

Zadanie 3.2.
a. P(A)= $\frac{1}{6}$
b. P(B)=$\frac{1}{2}$
c. P(C)=$\frac{1}{2}$

Zadanie 3.3.
x – liczba samochodzików

$$\frac{x}{x+15} = \frac{5}{6}$$

x= 75

Zadanie 3.4.
(0,0,0);(0,0,R), (0,R,0); (0,R,R); (R,0,0); (R,0,R); (R,R,0); (R,R,R) = 8
Prawdopodobieństwo wynosi $\frac{1}{2}$

Zadanie 3.5.
Zdarzenie A polegające na tym, że wypadła suma oczek mniejsza od 6 wynosi 10
P(A) = $\frac{5}{18}$

Zadanie 3.6.
Wszystkich możliwych zdarzeń jest 52·51 = 2652
Zdarzenie, ze wypadnie dwójka i as pik wynosi 4, a prawdopodobieństwa tego zdarzenia jest równe $\frac{1}{663}$.

Zadanie 3.7.
Wysokich trzy osobowych zespołów będzie 16$\cdot 15 \cdot 14$= 3360
Zespołów trzyosobowych , w których dwie osoby mają pełen ubiór jest 4$\cdot 3 \cdot 14$= 168
Prawdopodobieństwo wynosi $\frac{1}{20}$

Zadanie 3.8
Jaś powinien wykonać 7·6·5·4 = 840 kombinacji.

Zadanie 3.9.
Odp. 72 sposoby

Zadanie 3.10.
Odp. $\frac{1}{3}$

Zadanie 4.1.
Średnia = 3,2
Dominanta to zero odwiedzin, mediana = 3
Wariancja = 6,007
Odchylenie standardowe = 2,45

Zadanie 4.2
Tabela liczebności

Stopnie C	6	7	8	9	10	11	12
Ilość wyników	3	3	2	3	4	3	1

Średnia temperatura 7,5^o C
Odchylenie standardowe 2,1

Zadanie 4.3.
Średnia sprzedaż wyniosła 50,57 sadzonki, a najwięcej bo 115 sprzedano w czwartek co stanowi 14,29% .

Zadanie 4.4.
Średnia 4340 pozytywnych prób.

Zadanie 4.5.
Średnia cena wynosi 2,14 zł, dominanta to 2,10 zł a mediana 2,11zł.

Zadanie 4.6.
Średnia ocen 3,29. 43,4% uczniów ma wyższą ocenę niż średnia.

Zadanie 4.7.
Odp. czwarty uczeń 176 cm, piąty 179 cm .

Zadanie 4.8.

Odp. oceny Piotra $\frac{\sqrt{6}}{3}$*, Ani* $\frac{\sqrt{10}}{2}$*.*

Zadanie 4.9

Odp. W pierwszej firmie mediana 1000 zł, w drugiej firmie 2500 zł.

Zadanie 4.10.

Średnia ocen dziewcząt 4,8, średnia chłopców 4, średnia klasy 4,2